РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК

ИНСТИТУТ ФИЗИЧЕСКИХ ПРОБЛЕМ имени П.Л. КАПИЦЫ

на правах рукописи

Фарутин Александр Михайлович

К теории обменных спиновых структур

Специальность 01.04.02 - теоретическая физика

Автореферат

диссертации на соискание ученой степени

кандидата физико-математических наук

МОСКВА 2008

Работа выполнена в Институте Физических Проблем РАН
имени П.Л. Капицы

Научный руководитель:
доктор физико-математических наук В.И. Марченко

Официальные оппоненты:

доктор физико-математических наук С.Е. Коршунов
кандидат физико-математических наук М.Е. Житомирский

Ведущая организация:
Институт Физики Микроструктур Российской Академии Наук

Защита состоится 25 июня 2008 года в 10 часов на заседании
Специализированного ученого совета Д 002.103.01
при Институте Физических Проблем РАН им. П.Л. Капицы
117334, Москва, ул. Косыгина 2 .

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке
Института Физических Проблем РАН.

Автореферат разослан 2008 года.

Ученый секретарь Совета
член-корр. РАН

Л.А. Прозорова

Как показано в работе Андреева и Марченко [1], в случае, когда релятивистские эффекты и магнитные поля много меньше обменных, а расстояния, на которых происходит изменение параметра порядка, много больше межатомных, макроскопические свойства магнетика определяются его обменной симметрией. Обменная симметрия магнетика задается видом параметра порядка и тем, как при пренебрежении релятивистскими эффектами он преобразуется под действием элементов группы кристаллической симметрии. В обычных магнетиках отлична от нуля средняя микроскопическая спиновая плотность, а параметр порядка можно представить как набор не более трех взаимноперпендикулярных векторов, преобразующихся по каким-либо неприводимым представлениям группы кристаллической симметрии.

Существуют другие возможности спинового упорядочения. Андреев и Грищук [2] показали, что в случаях, когда обменные эффекты значительно превосходят релятивистские, в конденсированной среде могут возникнуть спиновые структуры особого типа. Средняя микроскопическая спиновая плотность в этих веществах равна нулю, и спонтанное нарушение симметрии обменного гамильтониана относительно группы вращений спинового пространства проявляется в возникновении анизотропии у двухточечного спинового коррелятора $\langle \hat{S}_\alpha(\mathbf{r}_1)\hat{S}_\beta(\mathbf{r}_2)\rangle$. Такое состояние не является магнетиком, т.к. не нарушена инвариантность относительно изменения знака времени R. Однако, спиновая структура обладает многими свойствами, характерными для обычных векторных обменных магнетиков (низкочастотные спиновые волны, магнитный резонанс, анизотропия восприимчивости и т.д.).

В принципе возможны и более сложные структуры, в которых спонтанное нарушение обменной инвариантности и симметрии R проявляется лишь в многоточечных спиновых корреляционных функциях. В случаях четных корреляционных функций состояние немагнитно – такие структуры называются спиновыми нематиками [2]. В случае нечетных корреляционных функций, например, в случае отличного от нуля трехточечного коррелятора $\langle \hat{S}_\alpha(\mathbf{r}_1)\hat{S}_\beta(\mathbf{r}_2)\hat{S}_\gamma(\mathbf{r}_3)\rangle$ состояние является магнетиком, т.к. симметрия $t \to -t$ нарушена. Такие структуры, характеризуемые нечетными спиновыми корреляционными функциями, называются тензорными магнетиками [3]. Они существенно отличаются как от обычных магнетиков, так и от спиновых нематиков. При учете релятивистских эффектов в них обязательно появляется малая спиновая плотность.

В работах [2–4] были рассмотрены некоторые примеры тензорных структур без анализа трансформационных свойств спинового параметра порядка относительно кристаллографической симметрии. Барзыкин, Горьков и Сокол [5] рассмотрели в рамках теории Ландау некоторые спиновые нематические фазы, характеризуемые парной корреляционной функцией, возникающие в результате фазового перехода второго рода в кристаллах с тетрагональной симметрией.

Для классификации различных видов спиновых структур удобно ввести понятие о спиновой симметрии [6] – группы вращений спинового пространства, дополненной преобразованием обращения времени, относительно которой параметр порядка инвариантен.

Настоящая диссертация посвящена различным распространениям теории обменной симметрии.

Описанию обменных спиновых структур с любыми видами упорядочения, проявляемого в спиновых корреляционных функциях, посвящена первая глава данной диссертации. Все обменные спиновые структуры были проклассифицированы по их спиновой группе симметрии, являющейся одной из точечных групп. Для каждой спиновой группы выписан параметр порядка и его трансформационные свойства. Все скалярные свертки параметра порядка не должны меняться под действием элементов кристаллической группы, это накладывает существенные ограничения на возможные неприводимые представления, по которым он может преобразовываться.

Все возможные спиновые группы вместе со своими параметрами порядка представлены в таблице 1.

Кроме спиновой группы и группы кристаллической симметрии, обменное состояние характеризуется группой обменной симметрии [1] – всех преобразований, относительно которых спиновая структура инвариантна. Ее элементы составлены из преобразований кристаллической группы, поворотов спинового пространства и R. Эти группы полностью определяют симметрию структуры и позволяют определить симметрийные макроскопические свойства вещества.

спиновая группа	параметр порядка
$C^s_{\infty v}$	$f\boldsymbol{c}$
C^s_s	$f_1\boldsymbol{a}+f_2\boldsymbol{b}$
E^s	$f_1\boldsymbol{a}+f_2\boldsymbol{b}+f_3\boldsymbol{c}$
C^s_n, $n>2$	$f_1Re\{(\boldsymbol{a}+i\boldsymbol{b})^n\}+f_2Im\{(\boldsymbol{a}+i\boldsymbol{b})^n\}$; $f_3\boldsymbol{c}$
C^s_{nh}, $n>2$	$f_1Re\{(\boldsymbol{a}+i\boldsymbol{b})^n\}+f_2Im\{(\boldsymbol{a}+i\boldsymbol{b})^n\}$
C^s_{nv}, $n>2$	$f_1Re\{(\boldsymbol{a}+i\boldsymbol{b})^n\}$; $f_3\boldsymbol{c}$
S^s_{2n}, $n>1$	$f_1E_{\alpha\beta\gamma}Re\{(\boldsymbol{a}+i\boldsymbol{b})^n\}+f_2E_{\alpha\beta\gamma}Im\{(\boldsymbol{a}+i\boldsymbol{b})^n\}$
D^s_n, $n>2$	$f_1Re\{(\boldsymbol{a}+i\boldsymbol{b})^n\}$; $f_2E_{\alpha\beta\gamma}$
D^s_{nd}, $n>2$	$fE_{\alpha\beta\gamma}Re\{(\boldsymbol{a}+i\boldsymbol{b})^n\}$
D^s_{nh}, $n>2$	$fRe\{(\boldsymbol{a}+i\boldsymbol{b})^n\}$;
C^s_∞	$f_1\boldsymbol{a}$; $f_2E_{\alpha\beta\gamma}$
$C^s_{\infty h}$	$f_1E_{\alpha\beta\gamma}a_\gamma$;
D^s_∞	$f_1^\sharp\left(a_\alpha a_\beta-\frac{1}{3}\delta_{\alpha\beta}\right)$; $f_2E_{\alpha\beta\gamma}$
$D^s_{\infty h}$	$f^\sharp\left(a_\alpha a_\beta-\frac{1}{3}\delta_{\alpha\beta}\right)$
K^s	$fE_{\alpha\beta\gamma}$
C^s_i	$f_1E_{\alpha\beta\gamma}a_\gamma+f_2E_{\alpha\beta\gamma}b_\gamma+f_3E_{\alpha\beta\gamma}c_\gamma$
C^s_2	$f_1(a_\alpha a_\beta-b_\alpha b_\beta)+f_2(a_\alpha b_\beta+b_\alpha a_\beta)$; $f_3\boldsymbol{c}$
C^s_{2v}	$f_1(a_\alpha a_\beta-b_\alpha b_\beta)$; $f_2\boldsymbol{c}$
C^s_{2h}	$f_1(a_\alpha a_\beta-b_\alpha b_\beta)+f_2(a_\alpha b_\beta+b_\alpha a_\beta)$
D^s_2	$f_1\left(c_\alpha c_\beta-\frac{1}{3}\delta_{\alpha\beta}\right)+f_2\left(a_\alpha a_\beta-b_\alpha b_\beta\right)$
T^s	$f_1T_{\alpha\beta\gamma}$; $f_2E_{\alpha\beta\gamma}$
T^s_d	$fT_{\alpha\beta\gamma}$
T^s_h	$fE_{\alpha\beta\gamma}T_{\lambda\mu\nu}$
O^s	$f_1^\sharp O_{\alpha\beta\gamma\lambda}$; $f_2E_{\alpha\beta\gamma}$
O^s_h	$f^\sharp O_{\alpha\beta\gamma\lambda}$
Y^s	$f_1^\sharp Y_{\alpha\beta\gamma\lambda\mu\nu}$; $f_2E_{\alpha\beta\gamma}$
Y^s_h	$f^\sharp Y_{\alpha\beta\gamma\lambda\mu\nu}$

Таблица 1: Спиновые группы

Три первых спиновых группы соответствуют векторным магнетикам из работы [1]. Знаком $^\sharp$ помечены те функции, которые могут преобразовываться только по единичному представлению.

В диссертации показано, в каких структурах обменная симметрия допускает в разложении энергии отличные от нуля инварианты Лифшица, делающие однородное состояние неустойчивым. Определен вид членов в разложении энергии по малым ориентационным деформациям спиновой структуры. Рассмотрены релятивистские поправки к энергии и энергия в малых магнитных полях.

Развитие экспериментальной техники в последнее время делает возможным детальные исследования структур со спиновым упорядочением в сильном магнитном поле (см., *например*, [7–10]). В полях порядка обменного, любая спиновая структура значительно деформируется и уравнения спиновой динамики [1] больше нельзя раскладывать по величине магнитного поля. Тем не менее, основные понятия этой теории (теорема Лармора и обменная симметрия) остаются применимыми. Если магнитное поле все еще меньше поля схлопывания подрешеток, может быть одна квазиголдстоуновская мода связанная с инвариантностью обменной и зеемановской энергий при вращении спинового пространства вокруг направления магнитного поля на некоторый угол ψ.

Вторая глава данной диссертации посвящена распространению теории обменных спиновых структур на случай внешних полей сравнимых с обменными [11]. Выведено уравнение спиновой динамики для квазиголдстоуновской моды для двух примеров коллинеарных и одного неколлинеарного антиферромагнетика. В последнем случае найдено соотношение между статическими характеристиками магнетика и коэффициентами в уравнении динамики.

Уравнения получались с помощью формализма Лагранжа, при этом низкочастотная мода соответствовала вращению в спиновом пространстве вокруг направления магнитного поля.

Для коллинеарного антиферромагнетика получена следующая функция Лагранжа:

$$\frac{\tilde{\chi}}{\gamma^2}\dot{\psi}^2 - g_{ij}\partial_i\psi\partial_j\psi - \beta_{1ij}a_ia_j - \beta_{2ij}a_ic_j,$$

где $\tilde{\chi} = \partial\boldsymbol{M}/\partial\boldsymbol{H}$ – статическая дифференциальная восприимчивость, тензор g_{ij} имеет симметрию кристалла, а тензоры β описывают релятивистские поправки. Зависимость величин, входящих в функцию Лагранжа от модуля магнитного поля неизвестна, но они не зависят от его направления.

Для коллинеарного одноосного антиферромагнетика без слабого ферромагнетизма $\beta_{2ij} = 0$, а у β_1 только одна ненулевая компонента $\beta_{1zz} = \beta$. Получается следующий спектр:

$$\omega = \left(\omega_0^2 + \frac{g_{ik}}{I} q_i q_k\right)^{1/2}, \tag{1}$$

$$\omega_0 = \gamma \sqrt{\frac{|\beta|}{\tilde{\chi}}} |\sin\theta|,$$

где θ угол между $\boldsymbol{H}$ и главной осью кристалла.

Для коллинеарного одноосного антиферромагнетика со слабым ферромагнетизмом в функции Лагранжа появляется новый член $-\beta_2(a_x c_y - a_y c_x)$. И в этом случае зависимость частоты от волнового вектора задается формулой (1). Щель в спектре

$$\omega_0 = \gamma \sqrt{\frac{|\beta_1| \sin^2\theta - \frac{\beta_2^2}{|\beta_1|}}{\tilde{\chi}}},$$

при $\beta_1 < 0$, $\left|\frac{\beta_2}{\beta_1 \sin\theta}\right| < 1$, а в остальных случаях

$$\omega_0 = \gamma \sqrt{\frac{\beta_1 \sin^2\theta + |\beta_2| \sin\theta}{\tilde{\chi}}}.$$

Также рассмотрен случай неколлинеарного компланарного антиферромагнетика на примере $Mn_3Al_2Ge_3O_{12}$. Антиферромагнитные векторы здесь преобразуются по двумерному представлению E_u кристаллического класса O_h. Релятивистские поправки в этом случае записываются так же, как и в пределе малых полей [12]:

$$U_a = \beta \left\{\sqrt{3}(a_z^2 - b_z^2) + 2(a_x b_x - a_y b_y).\right\} \tag{2}$$

Предполагалось, что, как и в случае малых полей, восприимчивость больше при поле направленном перпендикулярно спиновой плоскости. Спектр задается формулой (1) со щелью

$$\omega_0 = 2\gamma \sqrt{2\frac{|\beta| f}{\tilde{\chi}}},$$

где

$$f = \sqrt{\cos^2 2\varphi (1 + \cos^2\theta)^2 + (\sqrt{3}\sin^2\theta + 2\sin 2\varphi \cos\theta)^2},$$

а θ и φ – полярный и азимутальный углы направления магнитного поля относительно кристаллических осей. В этом случае энергия (2) является главным членом определяющим зависимость восприимчивости от направления магнитного поля, это позволяет определить производную β по величине магнитного поля из статических измерений.

$$\frac{\partial|\beta|}{\partial H} = \frac{3}{4}\left(M_{[111]} - M_{[001]}\right).$$

В некоторых веществах парамагнитное состояние спиновой системы благодаря развитым квантовым флуктуациям наблюдается при температурах, значительно меньших характерных параметров спин-спинового взаимодействия, вплоть до абсолютного нуля. В случае, когда обменные эффекты значительно превосходят релятивистские, возбуждения в таком (синглетном) основном состоянии имеют определенный спин S. В обменном приближении возбуждения с данным спином вырождены по спиновой проекции и, как правило, имеют конечную энергию при любом значении квазиимпульса. Внешнее магнитное поле приводит к зеемановскому расщеплению спектра возбуждений (при $S \neq 0$). При достижении магнитным полем критического значения энергия какого-либо возбуждения при некотором значении квазиимпульса обращается в ноль. В бо́льших полях синглетное состояние становится неустойчивым и, в зависимости от типа этой смягчающейся моды, возникает то или иное спинупорядоченное состояние.

Теория триплетных возбуждений в синглетном основном состоянии одномерных систем построена в работах Афлека [13] на основе анализа квазиклассического предела микроскопической модели (см. также [14, 15]). В случаях, когда синглетное основное состояние близко к неустойчивости при нуле температуры, возможно макроскопическое описание низкочастотной спиновой динамики парамагнетиков, не зависящее от каких-либо модельных представлений [16].

Построению такого описания посвящена третья глава данной диссертации. Развита макроскопическая теория низкочастотных возбуждений в близких к неустойчивости обменных спиновых системах с синглетным основным состоянием. Рассмотрены примеры динамики в окрестности точек неустойчивости по давлению и по магнитному полю при нулевой температуре.

В зависимости от величины спина S возбуждения в синглетном состоянии соответствуют колебаниям следующих степеней свободы: для $S=0$ это спиновые скаляры $\eta^{(i)}$, для $S=1$ спиновые векторы $\boldsymbol{\eta^{(i)}}$, для $S=2$ симметричные спиновые тензоры второго ранга с нулевым следом $\eta^{(i)}_{\alpha\beta}$ и т.д., в диссертации рассмотрены случаи с $S=0,1,2$.

В случае, когда состояние близко к неустойчивости в отсутствие магнитного поля, макроскопическую функцию Лагранжа возбуждений можно разложить по степени свободы, ее производным и магнитному полю.

Теорема Лармора позволяет связать коэффициенты при членах квадратичных по магнитному полю. Получаются следующие разложения для $S=0,1,2$ соответственно:

$$L=\frac{1}{2}\dot{\eta}^2-\frac{A}{2}\eta^2-\frac{B}{4}\eta^4-\frac{G_{ij}}{2}\partial_i\eta\partial_j\eta. \tag{3}$$

$$L=\frac{(\dot{\boldsymbol{\eta}}+\gamma[\boldsymbol{\eta}\boldsymbol{H}])^2}{2}-\frac{A}{2}\boldsymbol{\eta}^2-\frac{B}{4}(\boldsymbol{\eta}^2)^2-\frac{G_{ij}}{2}\partial_i\boldsymbol{\eta}\partial_j\boldsymbol{\eta}. \tag{4}$$

$$L=\frac{1}{2}\left(\dot{\eta}_{ij}^2-4\gamma e_{ikl}\eta_{ij}\dot{\eta}_{kj}H_l+4\gamma^2H^2\eta_{ij}^2-6\gamma^2(\eta_{ij}H_j)^2\right)- \tag{5}$$

$$-\frac{A}{2}\eta_{ij}^2-g_{ij}\partial_i\eta_{kl}\partial_j\eta_{kl}-\frac{B}{4}(\eta_{\alpha\beta}^2)^2-\frac{C}{6}(\eta_{\alpha\beta}\eta_{\beta\delta}\eta_{\delta\alpha})^2.$$

Параметр порядка нормирован так, чтобы коэффициент при кинетической энергии оказался равным единице. Члены четвертой и шестой степени по η нужно принимать во внимание, если синглетное состояние становится неустойчивым.

В случае, когда синглетное состояние близко к неустойчивости, меняя внешние параметры (например, давление), можно добиться перехода системы в упорядоченное состояние в нулевом магнитном поле. В диссертации рассмотрено поведение системы вблизи такой точки перехода по давлению. В предположении, что $A=a(P_c-P)$, получена зависимость от давления щели спектра возбуждений в синглетном состоянии: $\omega_0=\sqrt{a(P_c-P)}$ с кратностью вырождения

$2S+1$. После перехода получаются следующие значения для щелей возбуждений: для $S=0,1$ $\omega_0=\sqrt{2a(P-P_c)}$, для $S=1$ две моды возбуждений остаются бесщелевыми в упорядоченной фазе. Для $S=2$ при $C<0$

$$\omega_0=\sqrt{2a(P-P_c)}, \omega_0^{(2)}=\omega_0^{(3)}=\frac{2a(P-P_c)}{B}\sqrt{\frac{|C|}{3}}$$

и еще две бесщелевые моды. При $C>0$

$$\omega_0^{(1)}=\sqrt{2a(P-P_c)}, \omega_0^{(2)}=\frac{a(P-P_c)}{B}\sqrt{\frac{C}{2}}$$

и еще три бесщелевые моды.

В обменном приближении магнитное поле не оказывает влияния на возбуждения с $S=0$. При $S>0$ в магнитных полях меньше критического спектр возбуждений задается формулой

$$\omega=\sqrt{A+s^2q^2}+\gamma S_{\boldsymbol{H}}H,$$

где $S_{\boldsymbol{H}}$ пробегает целые значения от $-S$ до S. Скорость спиновых волн $s=\sqrt{g_{ij}q_iq_j/q^2}$. Критическое поле

$$H_c=\frac{A}{S\gamma}.$$

В полях больше критического для $S=1$ спектры получаются по следующим формулам [13]

$$\omega^0=\sqrt{\gamma^2H^2+s^2q^2},$$

$$\omega^{\pm}=\sqrt{\frac{\omega_{\perp}^2}{2}+s^2q^2\pm\sqrt{\frac{\omega_{\perp}^4}{4}+4\gamma^2H^2s^2q^2}},$$

где $\omega_{\perp}=\gamma\sqrt{2(3H^2-H_{c0}^2)}$.

Для $S=2$ при $H>H_c$ получается 5 мод, со щелями $0,\ \gamma H,\ 2\gamma H,\ 3\gamma H,\ \sqrt{5\gamma^2H^2-A^2}$.

В работе также получены формулы для щелей в спектрах возбуждений при наличии анизотропии для случая кристаллического класса C_{2h}, к которому относится $TlCuCl_3$. В диссертации рассмотрены направления поля вдоль или перпендикулярно оси второго порядка.

В работе [17] была отмечена возможность несобственного обменного ферромагнетизма при антиферромагнитных фазовых переходах. В четвертой главе диссертации показано, что не только ферромагнитное, но и антиферромагнитное упорядочение может появляться как несобственное при фазовых переходах второго рода в состояние тензорного магнетизма [18].

Простейшим параметром порядка тензорного магнетика является симметричный бесследовый спиновый тензор третьего ранга $S_{\alpha\beta\gamma}$. Случай, когда он преобразуется по одномерному представлению кристаллической группы был фактически рассмотрен в работе [19] в применении к жидким кристаллам. Все фазы возникающие при таком переходе имеют высокую симметрию, не допускающую спиновые векторы ($S_{\alpha\beta\gamma}S_{\alpha\beta\lambda}S_{\gamma\lambda\mu} = 0$).

В диссертации рассмотрен в рамках теории Ландау фазовый переход второго рода с параметром порядка в виде симметричного бесследового спинового тензора и продемонстрировано, что при таком переходе на фазовой диаграмме есть области, где в результате перехода образуется несобственный антиферромагнитный порядок.

В работе был рассмотрен случай тензора третьего ранга преобразующегося по двумерному представлению группы симметрии кристалла относящегося к классу C_{3v}. Показано, что параметр порядка можно представить в виде комплексного тензора S_{ijk}, такого, что под действием оси третьего порядка он умножается на $e^{2\pi i/3}$, а под действием плоскости симметрии $S \to S^*$.

Получено следующее разложение энергии

$$E = \tau S_{\alpha\beta\gamma}S^*_{\alpha\beta\gamma} + \beta_1(S_{\alpha\beta\gamma}S^*_{\alpha\beta\gamma})^2 + \beta_2 S_{\alpha\beta\gamma}S_{\alpha\beta\gamma}S^*_{\lambda\mu\nu}S^*_{\lambda\mu\nu} +$$
$$+\beta_3 S_{\alpha\beta\gamma}S^*_{\alpha\beta\lambda}S_{\mu\nu\gamma}S^*_{\mu\nu\lambda} + \beta_4 S^*_{\alpha\beta\gamma}S_{\alpha\beta\lambda}S_{\mu\nu\gamma}S^*_{\mu\nu\lambda} + \beta_5 S_{\alpha\beta\gamma}S_{\alpha\beta\lambda}S^*_{\mu\nu\gamma}S^*_{\mu\nu\lambda}.$$

Аналогично случаю с одномерным представлением инвариант $S_{\alpha\beta\gamma}S_{\alpha\lambda\mu}S^*_{\beta\lambda\nu}S^*_{\gamma\mu\nu}$ является линейной комбинацией остальных членов четвертого порядка [19].

Пусть $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$ и $\boldsymbol{c}$ – базис в спиновом пространстве, обозначим два комплексных вектора

$$\boldsymbol{u} = \frac{i\boldsymbol{b} - \boldsymbol{c}}{2}, \;\; \boldsymbol{v} = \frac{i\boldsymbol{b} + \boldsymbol{c}}{2}$$
$$u_\mu u_\mu = v_\mu v_\mu = 0, \;\; u_\mu v_\mu = -\frac{1}{2}.$$

Тензор S был разложен по следующему базису:

$$T^3_{\alpha\beta\gamma} = u_\alpha u_\beta u_\gamma,$$

$$T^2_{\alpha\beta\gamma} = a_\alpha u_\beta u_\gamma + u_\alpha a_\beta u_\gamma + u_\alpha u_\beta a_\gamma,$$

$$T^1_{\alpha\beta\gamma} = a_\alpha a_\beta u_\gamma + a_\alpha u_\beta a_\gamma + u_\alpha a_\beta a_\gamma + u_\alpha u_\beta v_\gamma + u_\alpha v_\beta u_\gamma + v_\alpha u_\beta u_\gamma,$$

$$T^0_{\alpha\beta\gamma} = a_\alpha a_\beta a_\gamma + a_\alpha u_\beta v_\gamma + a_\alpha v_\beta u_\gamma + u_\alpha a_\beta v_\gamma + u_\alpha v_\beta a_\gamma + v_\alpha a_\beta u_\gamma + v_\alpha u_\beta a_\gamma$$

$$T^{-1}_{\alpha\beta\gamma} = a_\alpha a_\beta v_\gamma + a_\alpha v_\beta a_\gamma + v_\alpha a_\beta a_\gamma + v_\alpha v_\beta u_\gamma + v_\alpha u_\beta v_\gamma + u_\alpha v_\beta v_\gamma,$$

$$T^{-2}_{\alpha\beta\gamma} = a_\alpha v_\beta v_\gamma + v_\alpha a_\beta v_\gamma + v_\alpha v_\beta a_\gamma,$$

$$T^{-3}_{\alpha\beta\gamma} = v_\alpha v_\beta v_\gamma.$$

Фазовая диаграмма получилась довольно сложной, поэтому была рассмотрена лишь небольшая область

$$\beta_1, \beta_2 > -10\beta_5, \;\; \beta_3 \in (-1.45\beta_5, -1.55\beta_5), \;\; \beta_4 \in (-0.95\beta_5, -1.05\beta_5), \;\; \beta_5 < 0,$$

в которой возникает несобственный антиферромагнитный порядок.

Выбором осей $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$ и $\boldsymbol{c}$ в спиновом пространстве параметр порядка в этой области сводится к виду

$$S_{\alpha\beta\gamma} = \eta T^3_{\alpha\beta\gamma} + \zeta T^{-1}_{\alpha\beta\gamma}, \tag{6}$$

где η и ζ – комплексные числа,

$$|\eta| = \sqrt{8}\rho \sin\phi, \;\; |\zeta| = \sqrt{8/15}\rho\cos\phi,$$

$$\cos\phi = \sqrt{\frac{15}{4}\frac{3\beta_3 - 7\beta_4 + \beta_5}{13\beta_3 - 37\beta_4 + 3\beta_5}},$$

$$\rho = \sqrt{\frac{-\tau}{2\beta_1 + \tilde{\beta}}},$$

$$\tilde{\beta} = \frac{9\beta_3^2 - 25\beta_4^2 + \beta_5^2 - 16\beta_3\beta_4 + 6\beta_3\beta_5 - 8\beta_4\beta_5}{13\beta_3 - 37\beta_4 + 3\beta_5}.$$

В зависимости от коэффициентов при более старших членах разложения $\arg(\eta\zeta^3) = \frac{2\pi k}{3}$ или $\arg(\eta\zeta^3) = \frac{\pi(2k+1)}{3}$.

Из сверток трех тензоров можно получить векторы

$$S_{\alpha\beta\gamma}S_{\alpha\beta\lambda}S_{\gamma\lambda\mu} = \frac{7}{32}\eta\zeta^2 u_\mu,$$

$$S_{\alpha\beta\gamma}S_{\alpha\beta\lambda}S^*_{\gamma\lambda\mu} = \zeta\left(\frac{9}{16}\zeta\zeta^* - \frac{1}{16}\eta\eta^*\right)v_\mu,$$

$$S_{\alpha\beta\gamma}S^{*}_{\alpha\beta\lambda}S_{\gamma\lambda\mu} = \zeta\left(\frac{3}{8}\zeta\zeta^{*} + \frac{1}{16}\eta\eta^{*}\right)v_{\mu}$$

и их комплексно-сопряженные. Последние два приводят к возникновению несобственного компланарного антиферромагнетизма. Первый вектор приводит к возникновению коллинеарного антиферромагнетизма и намагниченности, поэтому, если магнитная ячейка совпадает с кристаллической должен образоваться несобственный ферримагнитный порядок. Если же магнитная ячейка больше кристаллической, образуется несобственный антиферромагнитный порядок.

Результаты диссертации опубликованы в работах [6, 11, 16, 18], доложены на конференциях НТ-34 и ICFM'2007, семинарах ИФП, конференциях МФТИ.

Список литературы

[1] А.Ф. Андреев, В.И. Марченко, УФН, **130**, 39 (1980).

[2] А.Ф. Андреев, И.А. Грищук, ЖЭТФ, **87**, 467 (1984).

[3] В.И. Марченко, Письма в ЖЭТФ, **48**, 387 (1988).

[4] В.И. Марченко, Письма в ЖЭТФ, **59**, 590 (1994).

[5] V. Barzykin, L.P. Gorkov, A.V. Sokol, Europhys. Lett. **15**, 869 (1991).

[6] А. М. Фарутин, В. И. Марченко, ЖЭТФ **127**, 1106 (2005)

[7] M. Hagiwara *et al.*, Phys. Rev. Lett. **91**, 177601 (2003).

[8] V.N. Glazkov, A.I. Smirnov, H. Tanaka, and A. Oosawa, Phys. Rev. B **69**, 184410 (2004).

[9] B. Grenier *et al.*, Phys. Rev. Lett. **92**, 177202 (2004).

[10] M. Hagiwara *et al.*, Phys. Rev. Lett. **94**, 177202 (2005).

[11] А. М. Фарутин, В. И. Марченко, Письма в ЖЭТФ **83**, 282 (2006).

[12] L.A. Prozorova, V.I. Marchenko, and Yu.V. Krasnyak, JETP Lett. **41**, 637 (1986).

[13] I. Affleck, Phys. Rev. B **41**, 6697 (1990); **43**, 3215 (1991).

[14] M. Matsumoto, B. Normand, T. M. Rice, M. Sigrist, Phys. Rev. B **69**, 054423 (2004).

[15] A. K. Kolezhuk, V. N. Glazkov, H. Tanaka, A. Oosawa, Phys. Rev. B **70**, 020403(R) (2004).

[16] А. М. Фарутин, В. И. Марченко, ЖЭТФ **131**, 860 (2007).

[17] В. И. Марченко, Письма в ЖЭТФ **87**, 387 (2008)

[18] А. М. Фарутин, Письма в ЖЭТФ **87**, (2008)

[19] T. C. Lubensky, L. Radzihovsky, Phys.Rev. E **66**, 031704 (2002)